



Lista de Exercícios 1

- 1.1) Suponha que o conjunto fundamental seja formado pelos inteiros positivos de 1 a 10. Sejam $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ e $C = \{5, 6, 7\}$. Enumere os elementos dos seguintes conjuntos:
- (a) $A^c \cap B$.
 - (b) $A^c \cup B$.
 - (c) $A \cap (B \cup C)^c$.
 - (d) $A \cup (B \cap C)^c$.
- 1.2) Suponha que o conjunto fundamental U seja formado por $U = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$. Sejam os conjuntos A e B definidos da forma seguinte: $A = \{x \mid 1/2 < x \leq 1\}$ e $B = \{x \mid 1/4 \leq x < 3/2\}$. Descreva os seguintes conjuntos:
- (a) $(A \cup B)^c$.
 - (b) $A \cup B^c$.
 - (c) $(A \cap B)^c$.
 - (d) $A^c \cap B$.
- 1.3) Quais das seguintes relações são verdadeiras?
- (a) $(A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cap C)$.
 - (b) $A \cup B = (A \cup B^c) \cup B$.
 - (c) $A^c \cap B = A \cup B$.
 - (d) $(A \cup B)^c \cap C = A^c \cap B^c \cap C^c$.
 - (e) $(A \cap B) \cap (B^c \cap C) = \emptyset$.
- 1.4) Suponha que o conjunto fundamental seja formado por todos os pontos (x, y) de coordenadas ambas inteiras, e que estejam dentro ou sobre a fronteira do quadrado limitado pelas retas $x = 0$, $y = 0$, $x = 6$ e $y = 6$. Enumere os elementos dos seguintes conjuntos:
- (a) $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 6\}$.
 - (b) $B = \{(x, y) \mid y \leq x^2\}$.
 - (c) $C = \{(x, y) \mid x \leq y^2\}$.
 - (d) $B \cap C$.
 - (e) $(B \cup A) \cap C^c$.

1.5) Empregue o diagrama de Venn para estabelecer as seguintes relações:

- (a) $A \subset B$ e $B \subset C$ implica que $A \subset C$.
- (b) $A \subset B$ implica que $A = A \cap B$.
- (c) $A \subset B$ implica que $B^c \subset A^c$.
- (d) $A \subset B$ implica que $A \cup C \subset B \cup C$.
- (e) $A \cap B = \emptyset$ e $C \subset A$ implicam que $B \cap C = \emptyset$.

1.6) Um cientista de dados está filtrando uma base de clientes de um streaming. Considere os eventos:

A: “O usuário assistiu a mais de 5 filmes no mês.”

B: “O usuário cancelou a assinatura.”

C: “O usuário acessou o suporte técnico.”

Escreva em notação de conjuntos os eventos que representam as seguintes situações:

- (a) Usuários engajados (mais de 5 filmes) que, apesar disso, cancelaram a assinatura.
- (b) Usuários que não cancelaram a assinatura e não precisaram acessar o suporte.
- (c) Usuários que cancelaram a assinatura, mas o motivo não foi falta de engajamento nem falta de suporte.

1.7) Em um teste clínico de uma vacina, definimos:

V: “O paciente recebeu a vacina”

E: “O paciente apresentou efeitos colaterais.”

I: “O paciente desenvolveu imunidade.”

Traduza para linguagem natural o que significam os conjuntos:

- (a) $V \cap E \cap I^c$
- (b) $V^c \cap I$ (Pense: como alguém desenvolve imunidade sem a vacina?)
- (c) $(V \cup I)^c$

1.8) (Cuidado com a negação) Se Ω é o conjunto de todos os e-mails recebidos e S é o conjunto de e-mails classificados como SPAM, descreva o que representa o conjunto S^c . Por que, para um filtro de e-mails, o erro no conjunto S^c (falso negativo) é geralmente considerado menos grave que o erro no conjunto S (falso positivo)?

1.9) Um sensor de presença monitora uma sala quadrada de 2 metros de lado. Considere a origem $(0, 0)$ no centro da sala. O espaço amostral é $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$.

- (a) Defina o conjunto A que representa a presença de uma pessoa a uma distância menor ou igual a 1 metro do centro.
- (b) O conjunto A é finito, infinito enumerável ou infinito não-enumerável?

- 1.10) Dois sinais elétricos X e Y podem variar de 0 a 5 Volts. O espaço amostral é o quadrado $[0, 5] \times [0, 5]$. Descreva e desenhe no plano cartesiano os conjuntos:
- (a) $A = \{(x, y) \in \Omega \mid x + y \leq 4\}$
 - (b) $B = \{(x, y) \in \Omega \mid y > x\}$
 - (c) $A \cap B$
- 1.11) (a) Se o conjunto A possui 10 elementos e o conjunto B possui 15 elementos, qual o número máximo e mínimo de elementos que o conjunto $A \cup B$ pode ter?
- (b) E o conjunto $A \times B$?
- 1.12) Na linguagem Python, a operação $\text{set}(A) - \text{set}(B)$ resulta na diferença $A - B$. Se A é o conjunto de números primos menores que 20 e B é o conjunto de números ímpares menores que 20:
- (a) Liste os elementos de $A - B$.
 - (b) Qual elemento de A impede que $A \subset B$?
- 1.13) (Análise de Cardinalidade) Se um conjunto A tem $n(A) = 100$ elementos e um conjunto B tem $n(B) = 80$ elementos.
- (a) Qual o valor mínimo possível para $n(A \cup B)$? Sob qual condição isso ocorre?
 - (b) Qual o valor máximo possível para $n(A \cap B)$?
 - (c) Como você representaria o Produto Cartesiano $A \times B$ em uma estrutura de dados (como uma lista de tuplas)? Quantas tuplas existiriam?

- 1.1) (a) $\{5\}$
 (b) $\{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 (c) $\{2\}$
 (d) $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
- 1.2) (a) $[0, 1/4] \cup [3/2, 2]$
 (b) $[0, 1/4] \cup (1/2, 1] \cup [3/2, 2]$
 (c) $[0, 1/2] \cup (1, 2]$
 (d) $[1/4, 1/2] \cup (1, 3/2)$
- 1.3) (a) Verdadeira
 (b) Verdadeira
 (c) Falsa
 (d) Falsa
 (e) Verdadeira
- 1.4) (a) $\{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 1)\}$
 (b) $\{(0, 0), (1, 0), (1, 1), (2, 0), \dots, (2, 4), (3, 0), \dots, (3, 6), \dots, (6, 6)\}$
 (c) $C = \{(0, 0), (0, 1), (1, 1), (0, 2), (1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (0, 3), (1, 3), (2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3), (6, 3), \dots\}$
 (e todos os pontos onde $y \in \{4, 5, 6\}$ e $x \in \{0, \dots, 6\}$).
 (d) $\{(0, 0), (1, 1)\} \cup \{(x, y) \in U \mid x \geq 2, y \geq 2\}$
 (e) $\{(1, 0), (2, 0), (3, 0), (4, 0), (5, 0), (6, 0), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (5, 1), (6, 1), (5, 2), (6, 2)\}$
- 1.6) (a) $A \cap B$
 (b) $B^c \cap C^c$ (ou, pela Lei de De Morgan, $(B \cup C)^c$)
 (c) $B \cap A \cap C$
- 1.7) (a) O grupo de pacientes que foi vacinado e teve efeitos colaterais, porém não desenvolveu imunidade contra a doença.
 (b) Pacientes que não foram vacinados, mas possuem imunidade.
 (c) Pessoas que não foram vacinadas e não possuem imunidade.
- 1.8) S^c representa o conjunto de e-mails classificados como legítimos. Por que o usuário recebe uma propaganda indesejada na sua caixa de entrada, mas a informação importante não foi perdida.
- 1.9) (a) $A = \{(x, y) \in \Omega \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$
 (b) O conjunto A é infinito não-enumerável
- 1.11) (a) Máximo: 25. Mínimo: 15
 (b) 150
- 1.12) (a) $\{2\}$

(b) O elemento 2.

1.13) (a) 100

(b) 80

(c) 8.000