



Lista de Exercícios 3

- 3.1) Uma renomada universidade está formando uma nova Comissão de Ética para o próximo biênio. Há 10 professores doutores elegíveis para compor essa comissão, sendo 6 homens e 4 mulheres. A comissão será composta por um presidente, um vice-presidente e um secretário.
- (a) De quantas maneiras distintas essa comissão pode ser formada sem qualquer restrição?
 - (b) Se o cargo de presidente deve ser ocupado por uma mulher, de quantas maneiras distintas a comissão pode ser formada?
 - (c) Se o cargo de presidente deve ser ocupado por uma mulher e o de secretário por um homem, de quantas maneiras distintas a comissão pode ser formada?
- 3.2) No Brasil, as placas de veículos seguem o padrão MERCOSUL, que consiste em 7 caracteres: 3 letras, 1 número, 1 letra e 2 números (ex: ABC1D23), podendo haver repetição. Considere que as letras podem ser qualquer uma das 26 letras do alfabeto e os números podem ser de 0 a 9.
- (a) Quantas placas de veículos distintas podem ser formadas?
 - (b) Quantas placas de veículos distintas podem ser formadas se não houver repetição de caracteres?
 - (c) Se uma prefeitura deseja emitir placas de veículos que contenham obrigatoriamente a sequência “ABC” nas três primeiras posições de letras e o primeiro número não pode ser zero, quantas placas distintas podem ser formadas?
 - (d) Uma montadora de veículos elétricos quer personalizar as placas de seus carros. Eles exigem que a primeira letra seja “E” (de elétrico), a última letra seja “V” (de veículo) e os dois últimos números sejam iguais e pares (ex: 00, 22, 44, 66, 88). Quantas placas distintas podem ser formadas sob essas condições?
- 3.3) Uma equipe de pesquisa em nanotecnologia está desenvolvendo um novo tipo de nanoprocessador que opera através do arranjo preciso de diferentes tipos de moléculas em cadeias sequenciais. Cada cadeia de processamento deve ter um comprimento de 5 posições, e a ordem das moléculas nessas posições é crucial para a funcionalidade do processador. A equipe tem à disposição um estoque de 8 tipos distintos de moléculas: 3 tipos de moléculas de Carbono (C1, C2, C3), 3 tipos de moléculas de Silício (S1, S2, S3) e 2 tipos de moléculas de Germânio (G1, G2).

- (a) De quantas maneiras distintas uma cadeia de processamento de 5 posições pode ser formada utilizando 5 tipos de moléculas diferentes do estoque, sem qualquer restrição quanto ao tipo ou posição?
 - (b) Para uma funcionalidade específica, a primeira posição da cadeia deve ser ocupada por uma molécula de Carbono, e a última posição por uma molécula de Silício. De quantas maneiras distintas a cadeia de processamento pode ser formada sob essas condições?
 - (c) Em um teste de segurança, a cadeia de processamento deve começar com uma molécula de Germânio, seguida imediatamente por uma molécula de Carbono. Além disso, a molécula G1 não pode ser utilizada em nenhuma posição. De quantas maneiras distintas essa cadeia de processamento pode ser configurada?
- 3.4) Uma agência de segurança cibernética está testando a robustez de um novo sistema de geração de senhas numéricas. As senhas devem ser compostas apenas por algarismos distintos e não podem começar com zero. Os algarismos disponíveis para a geração são: 0, 2, 4, 5, 7 e 9.
- (a) Considerando os algarismos disponíveis, quantos números de 4 algarismos distintos podem ser formados, sabendo que o número deve ser menor que 7000?
 - (b) Quantos números de 4 algarismos distintos podem ser formados, sabendo que o número deve ser menor que 7000 e par?
 - (c) Quantos números de 5 algarismos distintos podem ser formados, de modo que o número seja maior que 40.000?
 - (d) Quantos números de 5 algarismos distintos podem ser formados, de modo que o número seja maior que 40.000 e ímpar?
- 3.5) Uma empresa de logística está desenvolvendo um sistema autônomo para planejar rotas de entrega de drones em uma cidade. Cada drone pode visitar uma série de pontos de coleta e entrega em uma sequência específica para otimizar o tempo e a eficiência. Para um determinado drone, há um conjunto de 8 pontos de interesse (P.I.) que precisam ser visitados em uma sequência linear. Os pontos são distintos entre si e podem incluir:
- P.I. Tipo A (Coleta): A1, A2, A3 (3 pontos)
 - P.I. Tipo B (Entrega): B1, B2, B3, B4 (4 pontos)
 - P.I. Tipo C (Manutenção): C1 (1 ponto)

O drone sempre parte da base e retorna à base após completar a sequência de visitas aos pontos de interesse. O problema se concentra apenas na sequência dos 6 pontos de interesse que o drone visitará.

- (a) De quantas maneiras distintas o drone pode planejar uma rota visitando 6 dos 8 pontos de interesse disponíveis, sem qualquer restrição de tipo ou ordem?
- (b) Para uma missão urgente, a rota deve começar com um P.I. do Tipo A (Coleta) e terminar com um P.I. do Tipo B (Entrega). De quantas maneiras distintas essa rota pode ser planejada?

- (c) Em uma rota de alta prioridade, o P.I. de Manutenção (C1) deve ser o terceiro ponto a ser visitado. Além disso, os dois primeiros pontos devem ser P.I.s do Tipo B (Entrega). De quantas maneiras distintas essa rota pode ser configurada?
- 3.6) Uma empresa de tecnologia está desenvolvendo um novo sistema de identificação de produtos baseado em códigos de barras digitais. Cada código é uma sequência de 5 dígitos, e os dígitos podem se repetir. Os algarismos disponíveis para a formação desses códigos são: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- (a) Quantos códigos de barras digitais de 5 dígitos podem ser formados, permitindo a repetição de algarismos?
- (b) Para uma linha de produtos específica, os códigos de barras devem começar com o dígito '9' e terminar com um dígito par. Quantos códigos de barras podem ser formados sob essas condições?
- (c) Devido a uma atualização do sistema, os códigos de barras para novos produtos devem ter 5 dígitos e atender às seguintes condições: O primeiro dígito deve ser ímpar. O terceiro dígito deve ser '0' ou '1'. O quinto dígito (último) deve ser um múltiplo de 3 (0, 3, 6 ou 9). Quantos códigos de barras podem ser formados com essas restrições?
- 3.7) Uma fundação de fomento à pesquisa e inovação abriu um edital para financiar projetos em diversas áreas. Após uma primeira triagem, 15 projetos foram considerados altamente promissores e estão aptos a receber financiamento. A fundação decidiu que selecionará um grupo de 5 projetos para receber o apoio inicial. Os 15 projetos finalistas se dividem nas seguintes áreas: 5 projetos de Inteligência Artificial (IA), 5 projetos de Biotecnologia (Bio) e 5 projetos de Energias Renováveis (ER).
- (a) De quantas maneiras distintas a fundação pode selecionar os 5 projetos a serem financiados, sem qualquer restrição quanto à área do projeto?
- (b) Se a fundação decidir que o grupo de 5 projetos selecionados deve incluir exatamente 2 projetos da área de Inteligência Artificial (IA), de quantas maneiras distintas a seleção pode ser feita?
- (c) Para garantir a diversidade e o impacto, o grupo de 5 projetos selecionados deve incluir pelo menos 1 projeto de Biotecnologia (Bio) e exatamente 1 projeto de Energias Renováveis (ER). De quantas maneiras distintas essa seleção pode ser realizada?
- 3.8) Uma empresa de desenvolvimento de softwares personaliza painéis de controle para seus clientes, utilizando uma biblioteca de 12 widgets funcionais distintos. Para cada cliente, o painel deve exibir um conjunto de 7 widgets. Desses 12 widgets, 5 são considerados “essenciais” (e.g., monitoramento de desempenho, alertas de segurança, etc.), e os 7 restantes são “complementares”.
- (a) De quantas maneiras distintas um cliente pode escolher os 7 widgets para seu painel, sem qualquer restrição?
- (b) Se o cliente exige que seu painel contenha pelo menos 4 dos widgets “essenciais”, de quantas maneiras distintas ele pode escolher os 7 widgets?

- (c) Para um cliente de alto nível, o painel deve conter exatamente 3 widgets “essenciais” e, entre os widgets “complementares” escolhidos, não pode haver simultaneamente os widgets “Relatório Avançado” e “Integração Externa” (dois widgets específicos dentro dos 7 complementares). De quantas maneiras distintas essa configuração pode ser feita?
- 3.9) Uma empresa que organiza expedições em ambientes extremos prepara kits de sobrevivência personalizados. Cada kit deve conter 6 itens distintos, selecionados de um estoque de 18 itens. Os itens são classificados em três categorias:
- Ferramentas: 8 itens (ex: faca multiuso, bússola, isqueiro);
 - Alimentos: 6 itens (ex: barras energéticas, purificador de água, comida desidratada);
 - Primeiros Socorros: 4 itens (ex: kit de curativos, analgésicos, tala).
- (a) De quantas maneiras distintas um kit de sobrevivência de 6 itens pode ser montado sem qualquer restrição de categoria?
- (b) Se o kit deve conter exatamente 3 itens da categoria Ferramentas e 2 itens da categoria Alimentos, de quantas maneiras distintas ele pode ser montado?
- (c) Para uma expedição de alto risco, o kit deve conter pelo menos 1 item de Primeiros Socorros e, obrigatoriamente, o item “Faca Multiuso” (um item específico da categoria Ferramentas). De quantas maneiras distintas esse kit pode ser configurado?
- 3.10) Uma empresa de tecnologia está montando novas equipes para desenvolver módulos de software. Cada equipe deve ser composta por 4 programadores. A empresa tem um total de 16 programadores disponíveis, divididos por especialidade: 7 programadores de *Front-end*, 6 programadores de *Back-end* e 3 programadores de Testes.
- (a) De quantas maneiras distintas uma equipe de 4 programadores pode ser formada, sem qualquer restrição de especialidade?
- (b) Se a equipe deve ter exatamente 2 programadores de *Front-end* e exatamente 1 programador de *Back-end*, de quantas maneiras distintas ela pode ser formada?
- 3.11) Uma nova plataforma de rede social, “Conecte-se+”, está crescendo rapidamente e enfrenta desafios na moderação de conteúdo. Para combater a desinformação e o discurso de ódio, a plataforma formou um comitê de moderação que analisa denúncias de usuários e toma decisões sobre a remoção de conteúdo. O comitê é composto por 5 membros escolhidos de um grupo de 15 especialistas qualificados: 7 Analistas de Conteúdo (AC), focados na interpretação de políticas; 5 Especialistas Jurídicos (EJ), focados em conformidade legal; e 3 Psicólogos Sociais (PS), focados no impacto do conteúdo.
- (a) De quantas maneiras distintas um comitê de moderação de 5 membros pode ser formado, sem qualquer restrição quanto à especialidade?
- (b) Para garantir uma análise balanceada, o comitê deve ter exatamente 2 Analistas de Conteúdo (AC) e exatamente 1 Psicólogo Social (PS). De quantas maneiras distintas esse comitê pode ser formado?

- 3.12) Uma frutaria gourmet oferece 5 tipos diferentes de frutas: Maçã, Banana, Laranja, Pera e Uva. Um cliente pode montar uma cesta personalizada escolhendo um total de 8 frutas. As frutas do mesmo tipo são consideradas indistinguíveis, e a ordem em que são colocadas na cesta não importa. De quantas maneiras distintas um cliente pode montar uma cesta contendo 8 frutas?
- 3.13) Em um popular jogo de estratégia online, os jogadores precisam distribuir 10 pontos de recurso entre 4 atributos principais para suas bases: Ataque, Defesa, Economia e Pesquisa. Cada ponto alocado aumenta o nível do atributo, e não há limite máximo para o nível de cada atributo. A ordem de alocação dos pontos não importa, apenas o número final de pontos em cada atributo. De quantas maneiras distintas um jogador pode alocar seus 10 pontos de recurso entre os 4 atributos?
- 3.14) Uma rede de *fast-food* permite que os clientes criem seus próprios “Combos Malucos” escolhendo 6 itens do cardápio principal. Os itens podem ser repetidos (por exemplo, um cliente pode pedir 6 hambúrgueres). O cardápio principal oferece 4 tipos de itens: Hambúrguer (H), Batata Frita (B), Refrigerante (R) e Sorvete (S). De quantas maneiras distintas um cliente pode montar um “Combo Maluco” com 6 itens?

Respostas:

- 3.1) (a) 720
(b) 288
(c) 192
- 3.2) (a) 456.976.000
(b) 258.336.000
(c) 23.400
(d) 33.800
- 3.3) (a) 6.720
(b) 1.080
(c) 180
- 3.4) (a) 180
(b) 84
(c) 480
(d) 216
- 3.5) (a) 20.160
(b) 4.320
(c) 720
- 3.6) (a) 100.000
(b) 5.000
(c) 4.000
- 3.7) (a) 3.003
(b) 1.200
(c) 1.025
- 3.8) (a) 792
(b) 175
(c) 300
- 3.9) (a) 18.564
(b) 3.360
(c) 4.901
- 3.10) (a) 1.820
(b) 378
- 3.11) (a) 3.003

(b) 630

3.12) 495

3.13) 286

3.14) 84