



Lista de Exercícios 4

- 4.1) (a) Ao lançar um dado comum e justo (com 6 faces), qual é a probabilidade de obter um número par?
- (b) Em uma urna há 5 bolas azuis, 3 vermelhas e 2 verdes. Qual é a probabilidade de sortear uma bola vermelha?
- 4.2) Verifique os resultados:
- (a) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$.
- (b) $P[(A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)] = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$.
- 4.3) Se cada item codificado em um catálogo começa com três letras distintas, seguida de quatro dígitos distintos e diferentes de zero, determine a probabilidade de se selecionar, aleatoriamente, um desses itens com a primeira letra sendo uma vogal e o último dígito sendo par.
- 4.4) Um par de dados é lançado ao mesmo tempo e somam-se os valores observados. Determine a probabilidade de se obter:
- (a) um total de 8.
- (b) no máximo um total de 5.
- 4.5) Duas cartas são retiradas, sucessivamente, de um baralho comum (52 cartas), sem ser repostas. Qual é a probabilidade de que as duas cartas sejam maiores que 2 e menores que 8?
- 4.6) Se três livros são selecionados aleatoriamente de uma prateleira que tem cinco romances, três livros de poemas e um dicionário, qual é a probabilidade de que:
- (a) o dicionário seja selecionado?
- (b) dois romances e um livro de poemas sejam selecionados?
- 4.7) Em uma classe de 100 formandos do ensino médio, 54 estudaram matemática, 69 estudaram história e 35 estudaram ambas as matérias. Se um desses estudantes for selecionado aleatoriamente, determine a probabilidade de que:
- (a) o estudante tenha estudado matemática ou história.
- (b) o estudante não tenha estudado nenhuma dessas matérias.

(c) o estudante tenha estudado história, mas não matemática.

4.8) Uma amostra aleatória de 200 adultos é classificada pelo gênero e nível de instrução.

Nível de instrução	Masculino	Feminino
Elementar	38	45
Secundário	28	50
Universitário	22	17

Se uma pessoa desse grupo for escolhida aleatoriamente, determine a probabilidade de que:

(a) a pessoa é um homem e recebeu educação secundária.

(b) a pessoa não tem nível universitário e é do sexo feminino.

4.9) Um certo tipo de motor elétrico falha se ocorrer uma das seguintes situações: emperramento dos mancais, queima dos enrolamentos, desgaste das escovas. Suponha que o emperramento seja duas vezes mais provável do que a queima, e a queima seja quatro vezes mais provável do que o desgaste das escovas. Qual será a probabilidade de que a falha seja devida a cada uma dessas circunstâncias?

4.10) Suponha que A e B sejam eventos tais que $P(A) = x$, $P(B) = y$ e $P(A \cap B) = z$. Exprima cada uma das seguintes probabilidades em termos de x , y e z .

(a) $P(A^c \cup B^c)$.

(b) $P(A^c \cap B)$.

(c) $P(A^c \cup B)$.

(d) $P(A^c \cap B^c)$.

4.11) Uma pesquisa foi realizada em uma escola sobre as atividades extracurriculares que os alunos praticam: Clube de Robótica (R), Banda Musical (B) e Clube de Xadrez (X). Os resultados mostraram as seguintes probabilidades para um aluno escolhido aleatoriamente: $P(R) = 0,35$; $P(B) = 0,28$; $P(X) = 0,20$; $P(R \cap B) = 0,10$; $P(R \cap X) = 0,08$; $P(B \cap X) = 0,05$; $P(R \cap B \cap X) = 0,02$. Calcule a probabilidade de um aluno escolher pelo menos uma dessas três atividades extracurriculares.

4.12) Ao sortear um prêmio em um evento beneficente, cada bilhete pode ganhar em uma de três categorias: Grande Prêmio (G), Prêmio Intermediário (I) ou Pequeno Brinde (B). A probabilidade de um bilhete ganhar em cada categoria é: $P(G) = 0,02$, $P(I) = 0,10$ e $P(B) = 0,25$. Sabe-se que um bilhete não pode ganhar o Grande Prêmio e o Prêmio Intermediário ao mesmo tempo e que um bilhete não pode ganhar o Prêmio Intermediário e o Pequeno Brinde ao mesmo tempo. No entanto, há uma chance de 1% de um bilhete ganhar o Grande Prêmio e um Pequeno Brinde ($P(G \cap B) = 0,01$). Qual é a probabilidade de um bilhete escolhido aleatoriamente ganhar pelo menos um dos três tipos de prêmio?

4.13) Uma instalação é constituída de duas caldeiras e uma máquina. Admita que o evento A seja que a máquina esteja em boas condições de funcionamento, enquanto os eventos B_1 e B_2 são os eventos de que a cadeira 1 e a cadeira 2 esteja em boas condições, respectivamente. O evento C é que a instalação possa funcionar. Se a instalação puder funcionar sempre

que a máquina e pelo menos uma das cadeiras funcionar, expresse os eventos C e C^c , em termos de A , B_1 e B_2 .

- 4.14) Um mecanismo tem dois tipos de unidades: I e II. Suponha que se disponha de duas unidades do tipo I e três unidades do tipo II. Defina os eventos

A_1 : a unidade 1 do tipo I está funcionando adequadamente;

A_2 : a unidade 2 do tipo I está funcionando adequadamente;

B_1 : a unidade 1 do tipo II está funcionando adequadamente;

B_2 : a unidade 2 do tipo II está funcionando adequadamente;

B_3 : a unidade 3 do tipo II está funcionando adequadamente.

Admita que C represente o evento “o mecanismo funciona”. Admita que o mecanismo funcione se ao menos uma unidade do tipo I e ao menos duas unidades do tipo II funcionarem; expresse o evento C em termos de A_1 , A_2 , B_1 , B_2 e B_3 .

- 4.15) O seguinte grupo de pessoas está numa sala: 5 homens maiores de 21 anos; 4 homens com menos de 21 anos de idade; 6 mulheres maiores de 21 anos, e 3 mulheres menores. Uma pessoa é escolhida ao acaso. Definem-se os seguintes eventos: $A = \{\text{a pessoa é maior de 21 anos}\}$; $B = \{\text{a pessoa é menor de 21 anos}\}$; $C = \{\text{a pessoa é homem}\}$; $D = \{\text{a pessoa é mulher}\}$. Calcule:

(a) $P(B \cup D)$

(b) $P(A^c \cap C^c)$

- 4.16) Uma remessa de 1.500 arruelas contém 400 peças defeituosas e 1.100 perfeitas. Duzentas arruelas são escolhidas ao acaso (sem reposição) e classificadas.

- (a) Qual a probabilidade de que sejam encontradas exatamente 90 peças defeituosas?
 (b) Qual a probabilidade de que se encontrem ao menos 2 peças defeituosas?

- 4.17) Um lote é formado por 10 artigos bons, 4 com defeitos menores e 2 com defeitos graves. Se dois artigos forem escolhidos sem reposição, ache a probabilidade de que

- (a) ambos sejam perfeitos.
 (b) ambos terem defeitos graves.
 (c) ao menos um seja perfeito.
 (d) no máximo um seja perfeito.
 (e) ao menos um seja perfeito.
 (f) nenhum deles tenha defeitos graves.
 (g) nenhum deles seja perfeito.

- 4.18) Um analista de dados júnior apresenta um relatório sobre o comportamento de usuários em um aplicativo. Ele afirma que a probabilidade de um usuário abrir a “Aba A” é $P(A) = 0,60$, a de abrir a “Aba B” é $P(B) = 0,50$ e a probabilidade de ele abrir ambas é $P(A \cap B) = 0,15$.

- (a) Utilizando os axiomas de probabilidade, verifique se os dados do analista são consistentes (ou seja, se $P(A \cup B) \leq 1$).
- (b) Qual a probabilidade de um usuário não abrir nenhuma das duas abas?
- 4.19) Em uma linha de montagem da UFS, sabe-se que a probabilidade de um robô apresentar uma falha mecânica é $P(M) = 0,18$. A probabilidade de ele apresentar falha mecânica e falha de software simultaneamente é $P(M \cap S) = 0,04$.
- (a) Qual a probabilidade de o robô apresentar apenas falha mecânica (e não de software)?
- (b) Represente essa situação através de um Diagrama de Venn.
- 4.20) Dois eventos A e B são tais que $P(A) = 0,35$ e $P(B) = 0,45$.
- (a) Se A e B forem mutuamente exclusivos, qual é o valor de $P(A \cup B)$?
- (b) Se A e B forem mutuamente exclusivos, qual é o valor de $P(A \cap B)$? Justifique com base nos axiomas.
- 4.21) Sejam A e B dois eventos em um mesmo espaço amostral tais que $P(A) = 0,7$ e $P(B) = 0,6$.
- (a) Explique por que A e B não podem ser mutuamente exclusivos.
- (b) Qual é o valor mínimo possível para $P(A \cap B)$? (Dica: lembre-se que $P(A \cup B)$ não pode exceder 1).
- 4.22) Um sistema de backup de dados possui três níveis de redundância. A probabilidade de o sistema falhar completamente (os três níveis falharem) é de 0,001.
- (a) Qual a probabilidade de o sistema funcionar corretamente (pelo menos um nível resistir)?
- (b) Se o evento A é "o sistema funciona", como você definiria o evento A^c em termos de falha?
- 4.23) Em uma universidade, 30% dos alunos falam Inglês (I), 20% falam Espanhol (E) e 10% falam Francês (F). Sabe-se que 5% falam Inglês e Espanhol, 3% falam Inglês e Francês, 2% falam Espanhol e Francês, e apenas 1% fala as três línguas.
- (a) Qual a probabilidade de um aluno escolhido ao acaso falar pelo menos uma dessas línguas?
- (b) Qual a probabilidade de ele não falar nenhuma delas?

Respostas:

- 4.1) (a) $1/2$
(b) $3/10$

4.3) $10/117$

- 4.4) (a) $5/36$
(b) $5/18$

4.5) $95/663$

- 4.6) (a) $1/3$
(b) $5/14$

- 4.7) (a) $22/25$
(b) $3/25$
(c) $17/50$

- 4.8) (a) $7/50$
(b) $19/40$

4.9) $\frac{1}{13}, \frac{4}{13}, \frac{8}{13}$

- 4.10) (a) $1-z$
(b) $y-z$

4.11) $0,62$

4.12) $0,36$

4.13) $C = A \cap (B_1 \cup B_2)$
 $C^c = A^c \cup (B_1^c \cap B_2^c)$

4.14) $C = (A_1 \cup A_2) \cap [(B_1 \cap B_2) \cup (B_1 \cap B_3) \cup (B_2 \cap B_3)]$

- 4.15) (a) $\frac{13}{18}$
(b) $\frac{1}{6}$

4.16) (a) $\frac{\binom{400}{90}\binom{1100}{110}}{\binom{1500}{200}}$
(b) $1 - \left[\frac{\binom{400}{0}\binom{1100}{200} + \binom{400}{1}\binom{1100}{199}}{\binom{1500}{200}} \right]$

- 4.17) (a) $\frac{3}{8}$
(b) $\frac{1}{120}$
(c) $\frac{7}{8}$
(d) $\frac{5}{8}$

- (e) $\frac{1}{2}$
- (f) $\frac{91}{120}$
- (g) $\frac{1}{8}$

4.18) (a)

$$P(A \cup B) = 0,95 \leq 1$$

(b) 0,05

4.19) (a) 0,14

4.20) (a) 0,80

(b) 0

4.21) (a) Se fossem exclusivos, teríamos $P(A \cup B) = 1,3$, que é maior que 1.

(b) 0,3

4.22) (a) 0,999

(b) Todos os níveis falham simultaneamente.

4.23) (a) 0,51

(b) 0,49