



Lista de Exercícios 8

- 8.1) Considere uma urna contendo 3 bolas vermelhas e 5 pretas. Retire 3 bolas, sem reposição, e defina a variável aleatória X igual ao número de bolas pretas.
- (a) Obtenha a função de probabilidade de X .
 - (b) Repita o problema anterior, mas considerando extrações com reposição.
- 8.2) Dois dados equilibrados são lançados.
- (a) Seja X : “o maior valor entre as duas faces voltadas para cima”. Qual a função de probabilidade de X ?
 - (b) Determine a função de distribuição acumulada de X .
 - (c) Seja Y : “a soma das duas faces voltadas para cima”. Qual a função de probabilidade de Y ?
 - (d) Determine a função de distribuição acumulada de Y .
- 8.3) Sabe-se que uma determinada moeda apresenta cara três vezes mais frequentemente que coroa. Essa moeda é jogada três vezes. Seja X o número de caras que aparece. Estabeleça a distribuição de probabilidade de X e também sua função de distribuição acumulada.
- 8.4) De um lote que contém 25 peças, das quais 5 são defeituosas, são escolhidas 4 ao acaso. Seja X o número de defeituosas encontradas. Estabeleça a distribuição de probabilidade de X quando:
- (a) as peças forem escolhidas com reposição.
 - (b) as peças forem escolhidas sem reposição.
- 8.5) Um carregamento de oito computadores similares para um ponto de venda contém três que apresentam defeitos. Se uma escola faz uma compra aleatória de dois desses computadores, determine a distribuição de probabilidade para o número de defeituosos.
- 8.6) Se uma agência de veículos vende 50% de seu estoque de certo carro importado com sistema de estacionamento automático.
- (a) Determine a distribuição de probabilidade de carros com sistema de estacionamento automático entre os próximos quatro vendidos pela agência.
 - (b) Determine a função de distribuição acumulada.
- 8.7) De uma caixa que contém quatro moedas de 10 centavos e duas de 5 centavos, três moedas são selecionadas aleatoriamente sem reposição. Determine a distribuição de probabilidade para a soma T dos valores das três moedas.
- 8.8) Suponha que uma moeda perfeita é lançada até que apareça cara pela primeira vez. Seja X o número de lançamentos até que isso aconteça.
- (a) Obtenha a função de probabilidade de X .

(b) Obtenha a função de distribuição acumulada de X .

(c) Repita o exercício supondo que a probabilidade de cara é p , $p \neq 1/2$.

8.9) Uma moeda perfeita é lançada 4 vezes. Seja Y o número de caras obtidas.

(a) Obtenha a função de probabilidade de Y .

(b) Repita o problema anterior, considerando agora que a moeda é viciada, sendo a probabilidade de cara dada por p , $0 < p < 1$, $p \neq 1/2$.

8.10) Seja uma variável aleatória X com função de probabilidade dada na tabela a seguir:

x	0	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0	p^2	p^2	p	p	p^2

(a) Encontre o valor de p .

(b) Calcule $P(X \geq 4)$ e $P(X < 3)$.

(c) Calcule $P(|X - 3| \geq 2)$.

8.11) Seja X uma variável aleatória cuja função de probabilidade é dada a seguir:

x	-2	-1	1	2	4	6	7
$P(X = x)$	$\frac{1}{14}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{5}{42}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{5}{14}$

(a) Calcule $P(X^2 > 9)$.

(b) Calcule $P(|X| \leq 2)$.

(c) Obtenha a função de distribuição acumulada de $3X$.

(d) Obtenha a função de distribuição acumulada de X^2 .

8.12) Uma V.A. X tem a seguinte função de distribuição acumulada:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 0,2, & -1 \leq x < 0 \\ 0,5, & 0 \leq x < 1 \\ 0,9, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

(a) Determine a função de probabilidade $P(X = x)$.

(b) Calcule $P(X > 0,5)$.

(c) Calcule $P(-1 \leq X \leq 1)$.

8.13) Seja X uma variável aleatória discreta com a seguinte função de distribuição acumulada:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \\ 0,1, & -2 \leq x < 1 \\ 0,4, & 1 \leq x < 2 \\ 0,8, & 2 \leq x < 5 \\ 1, & x \geq 5 \end{cases}$$

(a) Determine o suporte R_X da variável aleatória.

(b) Construa a tabela da função de probabilidade $P(X = x)$.

(c) Calcule a probabilidade de X ser um valor par.

- 8.14) Analise as funções abaixo e determine quais não podem ser uma Função de Distribuição Acumulada legítima para uma variável aleatória discreta. Justifique sua resposta citando qual propriedade foi violada:

$$(a) \quad G(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0,5, & 0 \leq x < 1 \\ 0,3, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$(b) \quad H(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0,7, & 0 \leq x < 3 \\ 0,9, & x \geq 3 \end{cases}$$

$$(c) \quad K(x) = \begin{cases} 0,2, & x < 1 \\ 0,6, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

- 8.15) Considere a função $F(x) = \frac{x+k}{4}$ para $x \in \{1, 2, 3\}$. Sabendo que $F(x)$ define as probabilidades acumuladas de uma V.A. em seu suporte, qual deve ser o valor de k para que a condição $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$ seja satisfeita no ponto máximo do suporte ($x = 3$)?

- 8.16) Seja X uma V.A. com a função de probabilidade $P(X = x)$ dada por: $P(X = 0) = 0,2$; $P(X = 1) = 0,5$ e $P(X = 2) = 0,3$. Obtenha a FDA $F(x)$ e calcule:

(a) $F(1,5)$

(b) $F(-0,8)$

(c) $F(10)$

(d) $P(0,5 < X \leq 2,2)$

- 8.17) Uma V.A. Z tem suporte $R_Z = \{1, 2, 3, 4\}$ com probabilidades iguais (uniforme discreta). Calcule as seguintes probabilidades utilizando a FDA:

(a) $P(Z \leq 2,9)$

(b) $P(1,2 < Z < 3,8)$

(c) $P(Z > 2,1)$

Respostas:

- 8.1) (a) $1/56, 15/56, 15/28, 5/28$
 (b) $27/512, 135/512, 225/512, 125/512$
- 8.2) (a) $1/36, 3/36, 5/36, 7/36, 9/36, 11/36$
 (b) $1/36, 1/9, 1/4, 4/9, 25/36, 1$
 (c) $1/36, 2/36, 3/36, 4/36, 5/36, 6/36, 5/36, 4/36, 3/36, 2/36, 1/36$
 (d) $1/36, 1/12, 1/6, 5/18, 5/12, 7/12, 13/18, 5/6, 11/12, 35/36, 1$
- 8.3) $1/64, 9/64, 27/64, 27/64$ e $1/64, 5/32, 37/64, 1$
- 8.4) (a) $256/625, 256/625, 96/625, 16/625, 1/625$
 (b) $969/2530, 114/253, 38/253, 4/253, 1/2530$
- 8.5) $10/28, 15/28, 3/28$
- 8.6) (a) $1/16, 1/4, 3/8, 1/4, 1/16$
 (b) $1/16, 5/16, 11/16, 15/16, 1$
- 8.7) $1/5, 3/5, 1/5$
- 8.8) (a) $P(X = x) = 1/2^x, x = 1, 2, \dots$
 (b) $P(X \leq x) = 1 - (1/2)^x, x = 1, 2, \dots$
 (c) $P(X = x) = (1 - p)^{x-1}p, x = 0, 1, 2, \dots$ e $P(X \leq x) = 1 - (1 - p)^x, x \geq 1$
- 8.9) (a) $1/16, 1/4, 3/8, 1/4, 1/16$
 (b) $P(X = x) = \binom{4}{x}p^x(1 - p)^{4-x}, x = 0, 1, 2, 3, 4$
- 8.10) (a) $1/3$
 (b) $4/9$ e $2/9$
 (c) $2/9$
- 8.11) (a) $4/7$
 (b) $3/7$
 (c) $1/14, 1/6, 5/21, 3/7, 23/42, 9/14, 1$
 (d) $2/7, 3/7, 23/42, 9/14, 1$
- 8.12) (a) $0,2; 0,3; 0,4; 0,1$
 (b) $0,5$
 (c) $0,9$
- 8.13) (a) $R_X = \{-2, 1, 2, 5\}$

x	-2	1	2	5
$P(X = x)$	$0,1$	$0,3$	$0,4$	$0,2$

- (b)
 (c) $0,5$
- 8.14) (a) Não é FDA.

(b) Não é FDA.

(c) Não é FDA.

8.15) $k = 1$

8.16) (a) $F(1,5) = F(1) = 0,7$

(b) 0

(c) 1

(d) 0,8

8.17) (a) 0,5

(b) 0,5

(c) 0,5