



Lista de Exercícios 9

- 9.1) Um empresário, investindo em um determinado empreendimento, espera ter os seguintes lucros em função dos cenários “Bom”, “Médio” e “Ruim”:

Cenário	Lucro (R\$)	Probabilidade
Bom	8.000,00	0,25
Médio	5.000,00	0,60
Ruim	2.000,00	0,15

Calcule a esperança e a variância do lucro.

- 9.2) Seja a variável X o número de automóveis usados com propósitos comerciais durante um dia de trabalho. A distribuição de probabilidade para empresa A é

x	1	2	3
$P(X = x)$	0,3	0,4	0,3

e para empresa B é

x	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	0,2	0,1	0,3	0,3	0,1

- (a) Qual a variância de cada empresa?
(b) Qual delas tem maior variabilidade?
- 9.3) Seja a variável aleatória X , o número de partes defeituosas em uma máquina quando três partes são amostradas da linha de produção e testadas. A seguir, temos a distribuição de probabilidade de X .

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	0,51	0,38	0,10	0,01

- (a) Calcule a esperança de X .
(b) Calcule a variância de X .
- 9.4) Seja X uma variável aleatória com distribuição de probabilidade

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$

Considere $Y = 2X + 3$.

- (a) Calcule $E(Y)$.

(b) Calcule o desvio-padrão de Y , $DP(Y)$.

9.5) Seja X uma variável aleatória tal que $E(Y) = 5$ e $V(Y) = 16$.

(a) Calcule $E(Y^2)$. *Dica:* use a equação para o cálculo da variância.

(b) Calcule $E(4Y - 2)$.

(c) Calcule $V(6Y + 3)$.

9.6) Seja X uma variável aleatória discreta com $E(X) = 6$ e $DP(X) = 3$. Se $Y = \frac{2}{3}X - 9$, quanto é $V(X)$, $E(X^2)$, $E(Y)$ e $DP(Y)$?

9.7) Seja X uma variável aleatória tal que $E(Y) = 2$ e $V(Y) = 7$. Calcule $E(Y^2)$, $E(2Y^2 - 3Y - 2)$ e $V(2Y + 10)$.

9.8) Uma máquina do tipo caça-niqueis é composta por três discos que giram de forma independente, cada qual contendo as seguintes figuras: laranja, banana, maçã e morango. O apostador deve pagar 50 reais para jogar. Se sair 3 laranjas, ele ganha 250 reais; se sair 3 bananas, ganha 200 reais; se sair 3 maçãs, ganha 150 reais e se sair 3 morangos, ganha 100 reais; em qualquer outra situação ele perde. Seja X a variável aleatória que representa o quanto o apostador ganhou ou perdeu ao final da jogada.

(a) Em cada uma das situações, quanto o apostador ganha ou perde?

(b) Determine a função de probabilidade de X .

(c) Qual o lucro esperado de um jogador em uma jogada?

(d) E se o jogador fizer dez jogadas?

9.9) A Transportadora Sadraque possui uma frota de quatro caminhões de aluguel. Sabe-se que o aluguel é feito por dia e que a distribuição diária do número X de caminhões alugados é a seguinte:

x	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	0,10	0,20	0,30	0,30	0,10

Calcule:

(a) o número médio diário de caminhões alugados, bem como o desvio padrão.

(b) a média e o desvio padrão do lucro diário, sabendo-se que:

- o valor do aluguel por dia é de R\$300,00;
- a despesa total diária com manutenção de cada veículo é de R\$140,00 quando este é alugado e de R\$15,00 quando o veículo não é alugado.

9.10) A loteria Sortudinha distribui prêmios entre seus clientes da seguinte forma:

- 400 prêmios de R\$ 100,00;
- 50 prêmios de R\$ 200,00;
- 10 prêmios de R\$ 400,00.

Admitindo-se que em um concurso sejam emitidos e vendidos 10.000 bilhetes, qual o preço justo a se pagar por um bilhete?

9.11) Dois jogadores fazem uma aposta. O jogador A paga R\$100,00 para o jogador B e lança duas moedas viciadas não simultaneamente. A probabilidade de sair cara na primeira moeda é 0,3 e na segunda moeda é 0,2. Se sair cara na primeira moeda, o jogador A tem o direito de lançar a segunda moeda: se sair cara, ganha R\$ 200,00 e se sair coroa, ganha R\$ 100,00. Se sair coroa na primeira moeda, A perde. Seja X o lucro do jogador A. Encontre a função de distribuição de probabilidade de X e o lucro esperado de A neste jogo. Calcule também o desvio padrão.

9.12) Dada a V.A. X com PMF: $P(X = 1) = 0,2$; $P(X = 2) = k$ e $P(X = 3) = 0,4$.

- (a) Determine o valor de k .
- (b) Calcule $E[3X + 5]$.
- (c) Calcule $Var(2X)$.

9.13) Um investidor possui dois ativos independentes, A e B . O lucro diário do ativo A tem média R\$ 200,00 e desvio padrão R\$ 30,00. O lucro diário do ativo B tem média R\$ 500,00 e desvio padrão R\$ 40,00. Considere que o lucro total do investidor é dado por $S = A + B$.

- (a) Qual o lucro esperado total $E[S]$?
- (b) Calcule a variância do lucro total $Var(S)$. (Dica: para variáveis independentes, as variâncias se somam).
- (c) Qual o desvio padrão do lucro total? Verifique se ele é igual à soma dos desvios padrões individuais.

9.14) Dois equipamentos independentes, A e B , têm custos de reparo mensais C_A e C_B . Sabe-se que $E[C_A] = 500$, $Var(C_A) = 100$, $E[C_B] = 800$ e $Var(C_B) = 400$.

- (a) Qual o custo esperado total da manutenção dos dois equipamentos?
- (b) Qual o desvio padrão do custo total? (Lembre-se de somar as variâncias antes de tirar a raiz).

9.15) A função de probabilidade de uma V.A. X é dada por:

$$P(X = x) = \frac{k}{x}, \quad \text{para } x \in \{1, 2, 4, 8\}$$

- (a) Determine o valor da constante k para que esta seja uma distribuição válida.
- (b) Calcule o valor esperado $E[X]$.
- (c) Calcule $Var(X)$.
- (d) Se definirmos uma nova variável $Y = 2X - 1$, qual será o novo valor esperado $E[Y]$?

9.16) Um investidor tem duas opções:

- *Opção 1*: Ganho fixo de R\$ 1.000,00 com 100% de certeza.
- *Opção 2*: 50% de chance de ganhar R\$ 2.500,00 e 50% de chance de perder R\$ 200,00.

- (a) Qual opção oferece o maior Valor Esperado?
- (b) Qual opção oferece o menor risco (Variância)?

9.17) Duas linhas de produção, Alfa e Beta, apresentam o seguinte número de falhas mensais:

- *Linha Alfa*: $E[X_\alpha] = 5$ falhas; $DP(X_\alpha) = 2$ falhas.
- *Linha Beta*: $E[X_\beta] = 50$ falhas; $DP(X_\beta) = 5$ falhas.

O Coeficiente de Variação (CV) é definido como $CV = \frac{DP(X)}{E[X]}$.

- (a) Calcule o CV para cada linha de produção.
- (b) Embora a Linha Beta tenha um desvio padrão maior (5 vs 2), qual das duas linhas é considerada mais "estável" ou previsível em relação à sua própria média? Justifique usando o CV.

Respostas:

- 9.1) R\$ 5.300,00 e R\$² 3.510.000,00
- 9.2) (a) 0,6 e 1,6
(b) Empresa *B*.
- 9.3) (a) 0,61
(b) 0,4979
- 9.4) (a) 6
(b) 2
- 9.5) (a) 41
(b) 18
(c) 576
- 9.6) 9, 34, -5 e 2
- 9.7) 11, 14 e 28
- 9.8) (a) 200, 150, 100, 50, -50
(b) $1/64$, $1/64$, $1/64$, $1/64$, $15/16$
(c) $-39,06$
(d) $-390,60$
- 9.9) (a) 2,1 e 1,1358
(b) R\$ 307,5 e R\$ 198,76
- 9.10) R\$ 5,40
- 9.11)

x	-100	0	100
$P(X = x)$	$0,06$	$0,24$	$0,70$

 $E(X) = 64$ reais e $V(X) = 59,1946$ reais²
- 9.12) (a) $k = 0,4$
(b) 11,6
(c) 2,24
- 9.13) (a) 700,00
(b) 2500
(c) 50,00. É menor que a soma dos desvios.
- 9.14) (a) 1300,00
(b) 22,36
- 9.15) (a) $k = 8/15 \approx 0,533$
(b) $32/15 \approx 2,133$
(c) 3,499
(d) 3,266
- 9.16) (a) Opção 2

(b) Opção 1

9.17) (a) $CV_{Alfa} = \frac{2}{5} = 0,4$. $CV_{Beta} = \frac{5}{50} = 0,1$.

(b) A Linha Beta é considerada mais estável. Embora seu desvio padrão absoluto seja maior (5 falhas contra 2), o seu erro relativo à média é muito menor.