

Teorema da Probabilidade Total

ESTAT0072 – Probabilidade I

Prof. Dr. Sadraque E. F. Lucena

sadraquelucena@academico.ufs.br

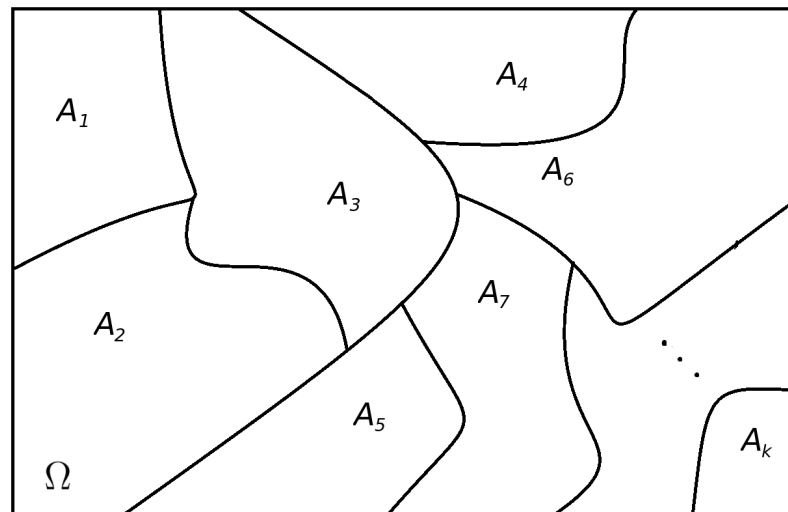
- Até aqui empregamos o conceito de probabilidade condicional a fim de avaliarmos a probabilidade de ocorrência conjunta de dois ou mais eventos.
- Poderemos aplicar esse conceito em outra maneira de calcular a probabilidade de um evento simples B .

Definição 6.1: Partição do espaço amostral

Dizemos que os eventos $A_1, A_2, \dots, A_k$ representam uma partição do espaço amostral quando

a. $A_i \cap A_j = \emptyset, \forall i \neq j$

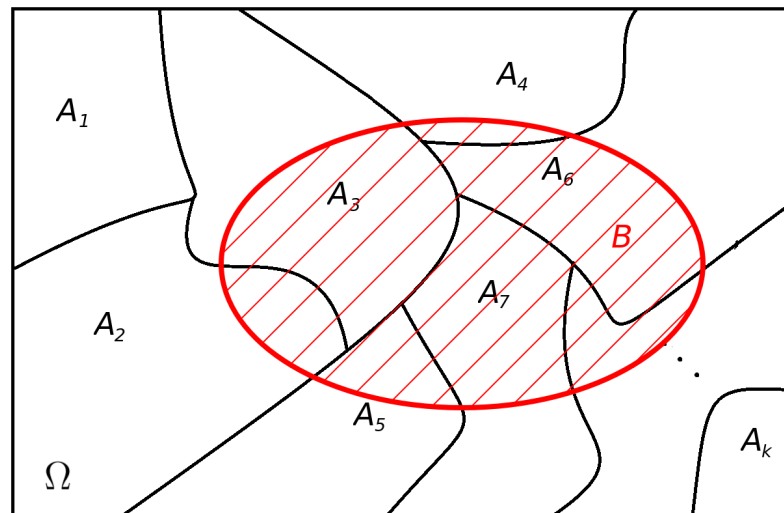
b. $\bigcup_{i=1}^k A_i = \Omega$



Teorema da Probabilidade Total

- Considere um evento $B \subset \Omega$.
- Podemos dizer que B é formado pela união das partes de B que fazem interseção com os $A_i, i = 1, \dots, k$, ou seja,

$$B = (B \cap A_1) \cup (B \cap A_2) \cup \dots \cup (B \cap A_k)$$



- Note que algumas dessas interseções podem ser vazias.

Teorema da Probabilidade Total

Assim,

$$\begin{aligned} P(B) &= P(B \cap A_1) + P(B \cap A_2) + \cdots + P(B \cap A_k) \\ &= P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + \cdots + P(A_k)P(B|A_k) \\ &= \sum_{i=1}^k P(A_i)P(B|A_i) \end{aligned}$$

- Esse resultado é conhecido como **lei da probabilidade total** ou **teorema da probabilidade total**.
- Ele é útil quando não conseguimos calcular diretamente a probabilidade de B , e precisamos considerar todas as maneiras diferentes pelas quais B pode ocorrer.

Exemplo 6.1

Um aluno está resolvendo uma questão de um trabalho. A probabilidade de resolver a questão sem precisar de pesquisa é de 40%. Se ele optar por fazer a pesquisa, a probabilidade de resolver a questão é de 70%. A probabilidade de que o aluno decida fazer a pesquisa é de 80%. Calcule a probabilidade total de que o aluno consiga resolver a questão.

Exemplo 6.2

Suponha que três máquinas (M_1 , M_2 e M_3) operem simultaneamente. Considere que essas máquinas são responsáveis por 35%, 40% e 25% da produção total, respectivamente. Além disso, 2%, 3% e 1% das peças produzidas pelas máquinas M_1 , M_2 e M_3 , respectivamente, apresentam defeito. Ao final de um dia, uma peça é escolhida aleatoriamente da linha de produção. Qual é a probabilidade de que a peça escolhida esteja com defeito?

Exemplo 6.3

Suponha que quatro setores de uma biblioteca (S_1 , S_2 , S_3 , e S_4) são responsáveis por arquivar diferentes categorias de livros. O setor S_1 é responsável por 40% dos livros, o setor S_2 por 25%, o setor S_3 por 20%, e o setor S_4 por 15%. Sabe-se que 3%, 6%, 4% e 2% dos livros arquivados nos setores S_1 , S_2 , S_3 e S_4 , respectivamente, estão com informações incorretas na catalogação. Ao final de um dia, um livro é escolhido aleatoriamente do acervo. Qual é a probabilidade de que o livro escolhido esteja com informações incorretas?

Exemplo 6.4

Um saco contém quatro bolas brancas e três pretas. Um segundo saco contém três bolas brancas e cinco pretas. Uma bola é retirada do primeiro saco e colocada no segundo. Qual é a probabilidade de que uma bola, selecionada em seguida do segundo saco, seja preta?

Exemplo 6.5

Em uma fábrica, há dois compartimentos de peças. O primeiro compartimento contém 6 peças originais e 4 peças falsificadas. O segundo compartimento contém 5 peças originais e 7 peças falsificadas. Uma peça é retirada aleatoriamente do primeiro compartimento e transferida para o segundo compartimento. Em seguida, uma peça é retirada aleatoriamente do segundo compartimento. Qual é a probabilidade de que a peça retirada do segundo compartimento seja original?

Fim