

Teorema de Bayes

ESTAT0072 – Probabilidade I

Prof. Dr. Sadraque E. F. Lucena

sadraquelucena@academico.ufs.br

Teorema de Bayes

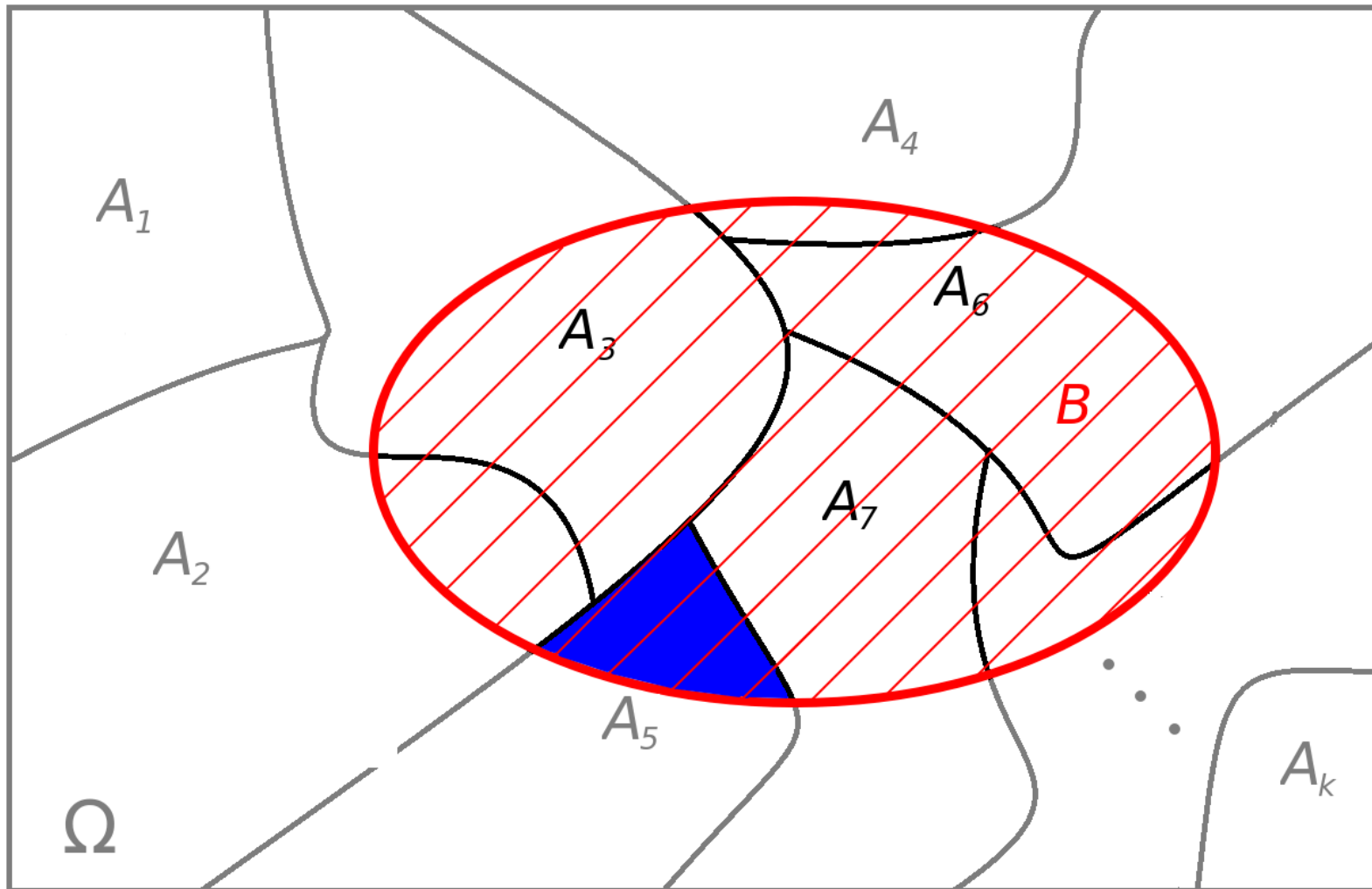
- O Teorema de Bayes permite calcular a probabilidade de uma causa, dado que um efeito específico foi observado.
- Em outras palavras, ele ajuda a determinar a chance de um evento específico ter ocorrido antes do evento final que foi observado.
- Vejamos o teorema.

Teorema de Bayes

A partir da Lei da Probabilidade Total de um evento B numa partição $A_1, A_2, \dots, A_k$ de Ω , as probabilidades condicionais reversas $P(A_i|B)$ para $i = 1, \dots, k$, podem ser obtidas da seguinte forma:

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^k P(B|A_i)P(A_i)}, \quad i = 1, \dots, k.$$

Teorema de Bayes



Exemplo 7.1

Suponha que três máquinas (M_1 , M_2 e M_3) operem simultaneamente. Considere que essas máquinas são responsáveis por 35%, 40% e 25% da produção total, respectivamente. Além disso, 2%, 3% e 1% das peças produzidas pelas máquinas M_1 , M_2 e M_3 , respectivamente, apresentam defeito. Ao final de um dia, uma peça é escolhida aleatoriamente da linha de produção e verificado que ela apresenta defeito. Qual é a probabilidade de que a peça escolhida tenha sido fabricada pela máquina M_2 ?

Exemplo 7.2

Um paciente recebeu o resultado de um exame de laboratório que detecta a doença com 98% de precisão quando a doença está presente, mas também fornece um “falso positivo” em 1% dos casos quando a doença não está presente. Sabendo que apenas 0,2% da população tem a doença e que o exame deu positivo, qual é a probabilidade de que o paciente tenha de fato a doença?

Exemplo 7.3

Uma companhia de seguros classifica as pessoas em duas categorias: propensas ou não a acidentes. A estatística da companhia mostra que uma pessoa propensa a acidentes tem uma probabilidade de 0,4 de sofrer um acidente em um período de um ano, enquanto essa probabilidade é de 0,2 para uma pessoa não propensa a acidentes. Se 30% da população é classificada como propensa a acidentes,

- a. qual é a probabilidade de que um novo segurado sofra um acidente no primeiro ano de vigência de sua apólice?
- b. Suponha que um novo segurado sofra um acidente no primeiro ano de vigência de sua apólice. Qual é a probabilidade de que ele seja propenso a acidentes?

Exemplo 7.4

Ao responder uma questão em uma prova de múltipla escolha, um estudante pode saber a resposta ou “chutar”. Suponha que a probabilidade de que o estudante saiba a resposta seja $1/2$, e que, se ele chutar, a chance de acertar seja $1/5$. Se o estudante respondeu corretamente à questão, qual é a probabilidade de que ele realmente soubesse a resposta?

Fim