

# Variáveis Aleatórias Discretas e Função de Probabilidade

ESTAT0072 – Probabilidade I

Prof. Dr. Sadraque E. F. Lucena

sadraquelucena@academico.ufs.br

# Introdução

- Muitas vezes é mais interessante associarmos um número a um evento aleatório e calcularmos a probabilidade da ocorrência desse número do que a probabilidade do evento.
- A variável aleatória fornece um meio de descrever resultados experimentais usando-se valores numéricos.
- Exemplos:
  - Número de pessoas que visitam um determinado site, num certo período de tempo;
  - Volume de água perdido por dia, num sistema de abastecimento.

# Definição 9.1: Variável Aleatória

Sejam  $E$  um experimento e  $\Omega$  um espaço amostral associado a esse experimento. Chamamos de **variável aleatória** (v.a.) uma função  $X$  que associa cada elemento  $\omega \in \Omega$  a um número real,  $X(\omega)$ .

# Exemplo

Lançam-se 3 vezes uma moeda. A v.a.  $X$  = “número de caras” associa ( $C$ : cara,  $K$ : coroa):

- $X(CCC) = 3$
  - $X(KCK) = 1$
  - $X(KKK) = 0$
- 
- O contradomínio  $R_X$  é o conjunto de todos os valores que a v.a. pode assumir.
    - No exemplo,  $R_X = \{0, 1, 2, 3\}$ .

# Definição 9.2: Variável Aleatória Discreta

Uma v.a.  $X$  é **discreta** se seu contradomínio  $R_X$  é *finito* ou *infinito enumerável*.

- Uma v.a. discreta é geralmente associada a contagens.
- Exemplos:
  - Número de peças defeituosas em um lote (finito).
  - Número de carros que passam por um pedágio em uma hora (infinito enumerável).

# Definição 9.3: Função de Probabilidade (F.P.)

Para uma v.a. discreta  $X$ , a **função de probabilidade**  $p(x) = P(X = x)$  nos dá a probabilidade de a v.a. assumir um valor específico  $x$ .

- Esta função deve satisfazer duas condições fundamentais:
  1.  $p(x) \geq 0$ , para todo  $x$ .
  2.  $\sum_{x \in R_X} p(x) = 1$  (A soma de todas as probabilidades deve ser exatamente 1).

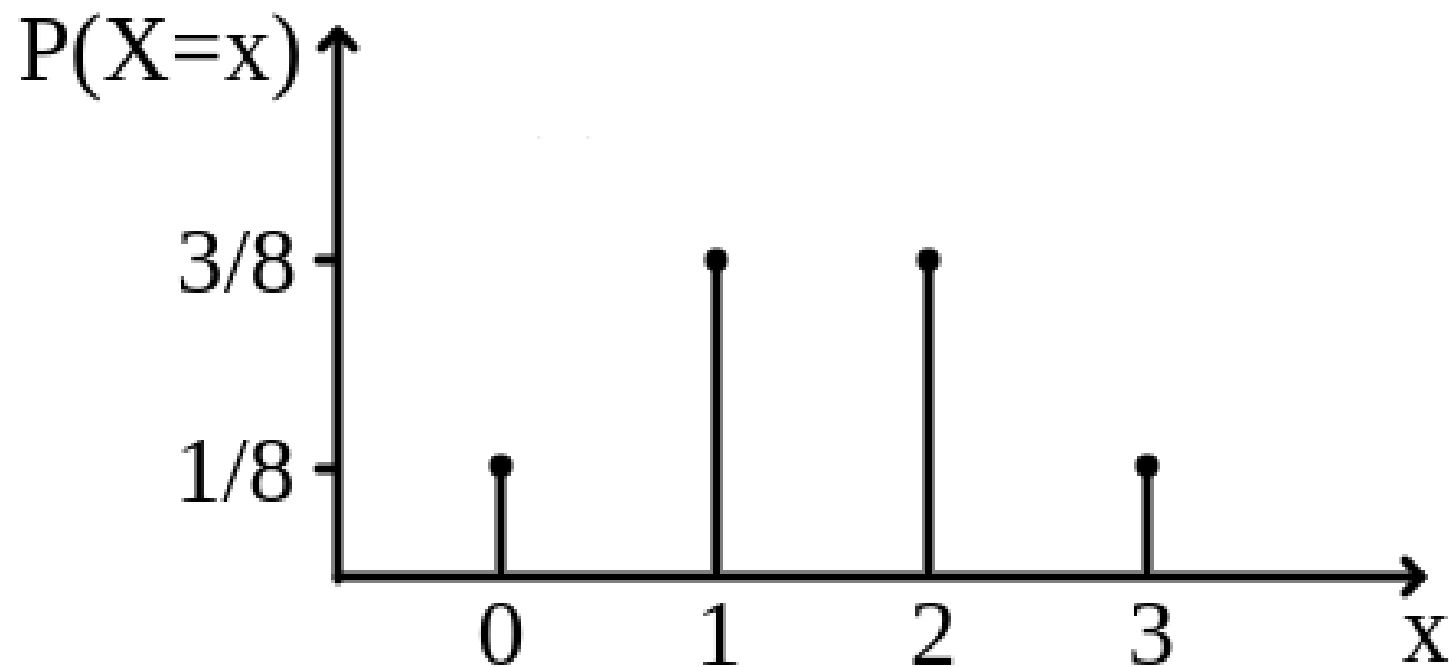
# Exemplo:

Seja a v.a.  $X$  = “número de caras” em 3 moedas honestas.

- $P(X = 0) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$
- $P(X = 1) = P(\{CKK, KCK, KKC\}) = \frac{3}{8}$
- $P(X = 2) = P(\{CCK, CKC, KCC\}) = \frac{3}{8}$
- $P(X = 3) = P(\{CCC\}) = \frac{1}{8}$
- A soma das probabilidades é  $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = 1$ .

# Visualização Gráfica

- As probabilidades dos valores da v.a.  $X$  podem ser visualizadas por meio de gráficos de hastes.
- No exemplo anterior, temos:



# Modelagem Matemática (Funções)

- Às vezes,  $P(X = x)$  é dada por uma fórmula.
- Exemplo:  $P(X = x) = \frac{x}{10}$  para  $x \in \{1, 2, 3, 4\}$ .
  - Verificação:  $\frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{10}{10} = 1$ . (Válida!)

# Exemplo 9.1

Um homem possui 4 chaves em seu bolso. Como está escuro, ele não consegue ver qual a chave correta para abrir a porta de sua casa. Ele testa cada uma das chaves até encontrar a correta.

- a. Defina um espaço amostral para esse experimento.
- b. Considere a v.a.  $X$ : *número de chaves experimentadas até conseguir abrir a porta (inclusive a chave correta)*. Determine os possíveis valores que  $X$  pode assumir e suas respectivas probabilidades.

## Exemplo 9.2

Seja  $X$  uma V.A. discreta com função de probabilidade dada por

$$P(X = x) = k \cdot x, \quad \text{para } x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

- a. Determine o valor da constante  $k$  para que esta seja uma função de probabilidade válida.
- b. Calcule  $P(X > 3)$ .

## Exemplo 9.3

Um investidor comprou uma ação. Há 20% de chance de ele ganhar R\$ 1.000, 50% de chance de ele empatar (R\$ 0) e 30% de chance de ele perder R\$ 500. Seja  $X$  o lucro do investidor. Represente  $X$  graficamente.

## Exemplo 9.4

Um jogador paga R\$ 5,00 para participar num jogo onde lança um dado honesto de 6 faces. Se sair o número 6, ele ganha R\$ 20,00. Se sair o número 5, ele ganha R\$ 5,00 (recebe o que pagou de volta). Para qualquer outro resultado, ele não ganha nada. Seja  $L$  a variável aleatória que representa o lucro líquido do jogador por partida.

- Determine o suporte  $R_L$  da variável aleatória.
- Construa a tabela da função de probabilidade  $P(L = l)$ .
- Qual a probabilidade de o jogador não ter prejuízo numa rodada?

## Exemplo 9.5

Um lote de 10 componentes eletrônicos contém 3 componentes defeituosos. Um técnico seleciona aleatoriamente 2 componentes para teste, sem reposição. Seja  $X$  o número de componentes defeituosos encontrados na amostra.

- Determine a função de probabilidade de  $X$  (apresente os valores em forma de tabela).
- Esboce o gráfico de hastes para esta distribuição.
- Qual é a probabilidade de encontrar pelo menos um componente defeituoso?

# Fim