

# Valor Esperado de Uma Variável Aleatória Discreta

ESTAT0072 – Probabilidade I

Prof. Dr. Sadraque E. F. Lucena

sadraquelucena@academico.ufs.br

# Definição 11.1: Valor Esperado de Uma Variável Aleatória Discreta

- Se  $X$  é uma variável aleatória com função de probabilidade  $P(X = x)$ , então a *esperança*, ou *valor esperado*, de  $X$ , representado por  $E(X)$ , é definida por

$$E(X) = \sum_x xP(X = x).$$

- Em palavras, o valor esperado de  $X$  é uma média ponderada dos possíveis valores que  $X$  pode assumir, onde cada valor é ponderado pela probabilidade de  $X$  ser igual a esse valor.

# Exemplo

Considere a variável aleatória  $X$  que assume apenas os valores 0 e 1, com  $P(X = 0) = \frac{1}{3}$  e  $P(X = 1) = \frac{2}{3}$ . Então

$$E(X) = 0 \left( \frac{1}{3} \right) + 1 \left( \frac{2}{3} \right) = \frac{2}{3}.$$

# Exemplo 11.1

Um fabricante produz peças tais que 10% delas são defeituosas e 90% são não-defeituosas. Se uma peça defeituosa for produzida, o fabricante perde R\$ 1, enquanto uma peça não-defeituosa lhe dá um lucro de R\$ 5. Se  $X$  é o lucro líquido por peça, qual o lucro esperado com uma peça?

## Exemplo 11.2

Em determinado setor de uma loja de departamentos, o número de produtos vendidos em um dia pelos funcionários é uma variável aleatória  $P$  com a seguinte distribuição de probabilidades (esses números foram obtidos dos resultados de vários anos de estudo):

| Número de produtos | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5    | 6    |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|
| Prob. de venda     | 0,1 | 0,4 | 0,2 | 0,1 | 0,1 | 0,05 | 0,05 |

# Definição 11.2: Esperança de uma Função de uma Variável Aleatória

Seja  $X$  uma variável aleatória discreta com função de distribuição de probabilidade  $P(X = x)$ . Se definimos uma nova v.a.  $Y = g(X)$ , então

$$E(Y) = E[g(X)] = \sum_x g(x)P(X = x).$$

# Exemplo 11.3

Considere a v.a.  $X$  com função de probabilidade

| $x$        | -2  | -1  | 0   | 1   | 2   | 3   |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $P(X = x)$ | 0,1 | 0,2 | 0,2 | 0,3 | 0,1 | 0,1 |

Seja  $Y = X^2$ . Qual a esperança de  $Y$ ?

# Propriedades do Valor Esperado

Sejam  $X$  e  $Y$  variáveis aleatórias discretas e  $a$ ,  $b$  e  $c$  constantes.  
Então

$$\text{PE1. } E(X + b) = E(X) + b$$

$$\text{PE2. } E(aX) = aE(X)$$

$$\text{PE3. } E(aX + b) = aE(X) + b$$

$$\text{PE4. } E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

$$\text{PE5. } E(aX + bY + c) = aE(X) + bE(Y) + c$$

## Exemplo 11.4

Se a esperança de  $X$  é igual a 10 e a esperança de  $Y$  é igual a 15.  
Calcule

a.  $E(X + 3)$

b.  $E(2X)$

c.  $E(2X + 3)$

d.  $E(X + Y)$

e.  $E(2X + 4Y - 6)$

# Fim