

Distribuição Geométrica e Distribuição Binomial Negativa

ESTAT0072 – Probabilidade I

Prof. Dr. Sadraque E. F. Lucena
sadraquelucena@academico.ufs.br

Definição 15.1: Distribuição Geométrica

- Considere que p é a probabilidade de sucesso em um experimento e $1 - p$ é a probabilidade de fracasso.
- Se X é o número de repetições do experimento até obtermos o primeiro sucesso, dizemos que X tem distribuição geométrica e calculamos a probabilidade usando

$$P(X = x) = (1 - p)^{x-1} p, \quad x = 1, 2, \dots$$

- Notação: $X \sim \text{Geométrica}(p)$.

Teorema 15.1

Se $X \sim \text{Geométrica}(p)$, a esperança e a variância são

$$E(X) = \frac{1}{p}$$

e

$$Var(X) = \frac{1 - p}{p^2}.$$

Distribuição Geométrica

Como identificar a distribuição geométrica:

- O experimento é realizado até ocorrer o primeiro sucesso.

Exemplo 15.1

$X \sim \text{Geométrica}(0, 6)$. Calcule:

- a. $P(X = 5)$
- b. $P(2 < X \leq 5)$
- c. $E(X)$
- d. $Var(X)$

Propriedade de Perda de Memória da Geométrica

- Dizemos que a Distribuição Geométrica “não tem memória” porque a probabilidade de um sucesso ocorrer no futuro não depende de quantas tentativas de fracasso já ocorreram no passado.
- Isto é, Se $X \sim \text{Geométrica}(p)$, então para quaisquer inteiros s e t :

$$P(X > s + t \mid X > s) = P(X > t)$$

Propriedade de Perda de Memória da Geométrica

Exemplo Prático

Suponha que você está tentando pescar um peixe raro (sucesso) e a probabilidade é a mesma em cada tentativa.

- Se você já tentou 10 vezes e não pescou nada, a probabilidade de precisar de mais 5 tentativas é exatamente a mesma probabilidade de alguém que acabou de chegar e vai começar a pescar agora precisar de 5 tentativas.
- O processo “esquece” que você já falhou 10 vezes.

Distribuição Geométrica no R



Para calcular no R:

- $P(X = x)$ use o comando `dgeom(x-1, p)`.
- $P(X \leq x)$ use o comando `pgeom(x-1, p)`.

Exemplo: $X \sim \text{Geométrica}(0,6)$.

```
dgeom(5-1, 0.6) # P(X=5)
```

```
[1] 0.01536
```

```
pgeom(5-1, 0.6) # P(X≤3)
```

```
[1] 0.98976
```

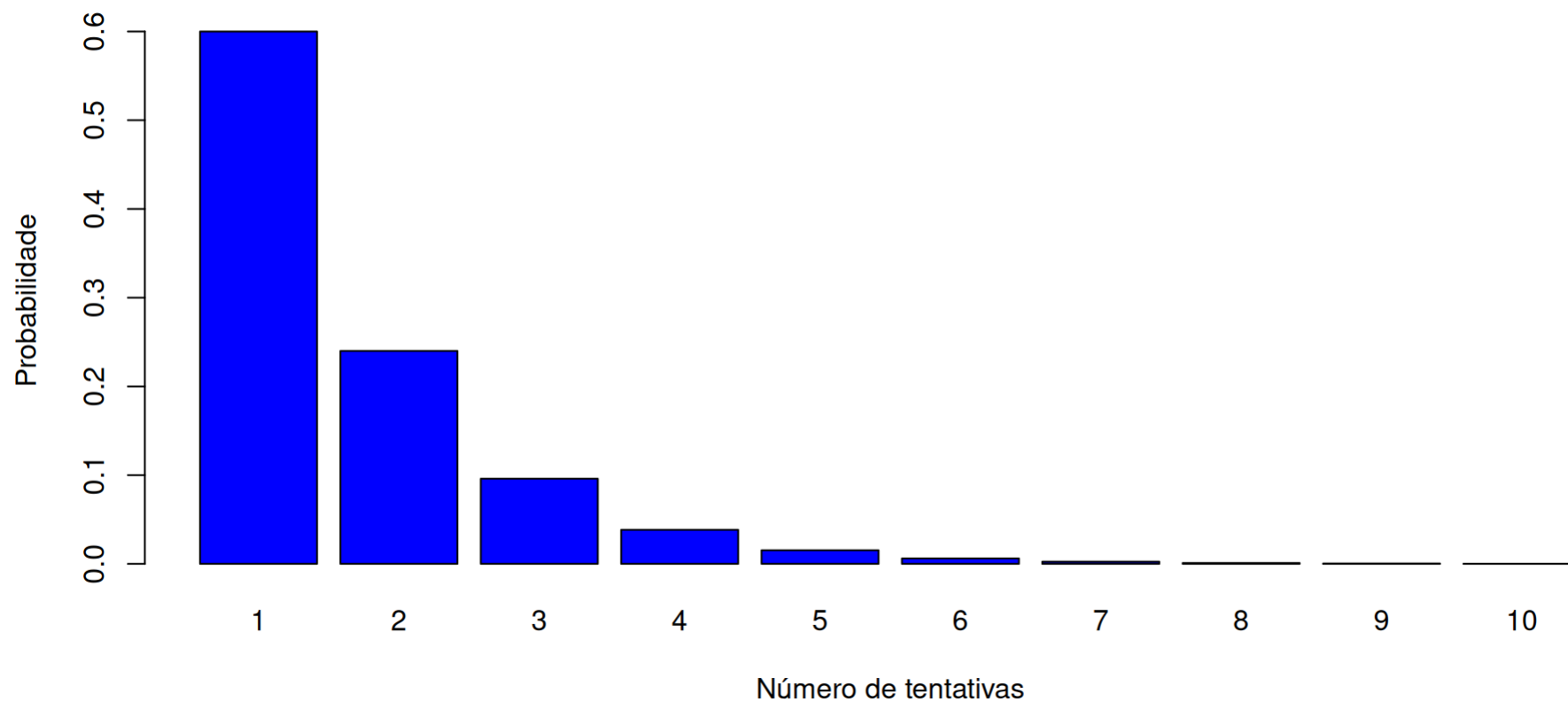

Distribuição Geométrica no R



Gráfico da distribuição Geométrica no R para $X \sim \text{Geométrica}(p = 0,6)$.

```
p <- 0.6
barplot(dgeom(0:9, 0.6),
        names.arg = 1:10,
        xlab = "Número de tentativas",
        ylab = "Probabilidade",
        col = "blue",
        border = "black")
```

Distribuição Geométrica no R



Exemplo 15.2

Uma pesquisa do instituto YouGov encomendada pela Google entre 27 de junho a 20 de julho de 2022 apontou que 44% dos brasileiros dizem ter contato com *fake news* diariamente¹. Se uma nova pesquisa for realizada,

- a. qual a probabilidade de que a terceira pessoa entrevistada seja a primeira a afirmar que tem contato com *fake news* diariamente?
- b. qual a probabilidade de que a primeira pessoa a afirmar que tem contato com *fake news* diariamente seja a sétima ou oitava pessoa entrevistada?
- c. qual o número esperado de pessoas a serem entrevistadas até que a primeira afirme receber *fake news* diariamente? Qual a variância?

Definição 15.2: Distribuição Binomial Negativa

- Considere que p é a probabilidade de sucesso em um experimento e $1 - p$ é a probabilidade de fracasso.
- Se X é o número de repetições do experimento até obtermos o r -ésimo sucesso, dizemos que X tem distribuição Binomial Negativa e calculamos a probabilidade usando

$$P(X = x) = \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r}, \quad x = r, r+1, r+2, \dots$$

- **Notação:** $X \sim \text{Binomial Negativa}(r, p)$.
- Esta distribuição também é conhecida como distribuição de Pascal.

Teorema 15.2

- Se $X \sim \text{Binomial Negativa}(r, p)$, a esperança e a variância são

$$E(X) = \frac{r}{p}$$

e

$$Var(X) = \frac{r(1 - p)}{p^2}.$$

Exemplo 15.3

$X \sim \text{Binomial Negativa}(4; 0, 7)$. Determine

- a. $P(X = 8)$
- b. $P(5 \leq X < 7)$
- c. $E(X)$
- d. $Var(X)$

Distribuição Binomial Negativa no R



Para calcular no R:

- $P(X = x)$ use o comando `dnbinom(x-1, r, p)`.
- $P(X \leq x)$ use o comando `pnbinom(x-1, r, p)`.

Exemplo: $X \sim \text{Binomial Negativa}(4; 0,7)$.

```
dnbinom(8-1, 4, 0.7) # P(X=8)
```

```
[1] 0.006301184
```

```
pnbinom(8-1, 4, 0.7) # P(X≤8)
```

```
[1] 0.9957091
```

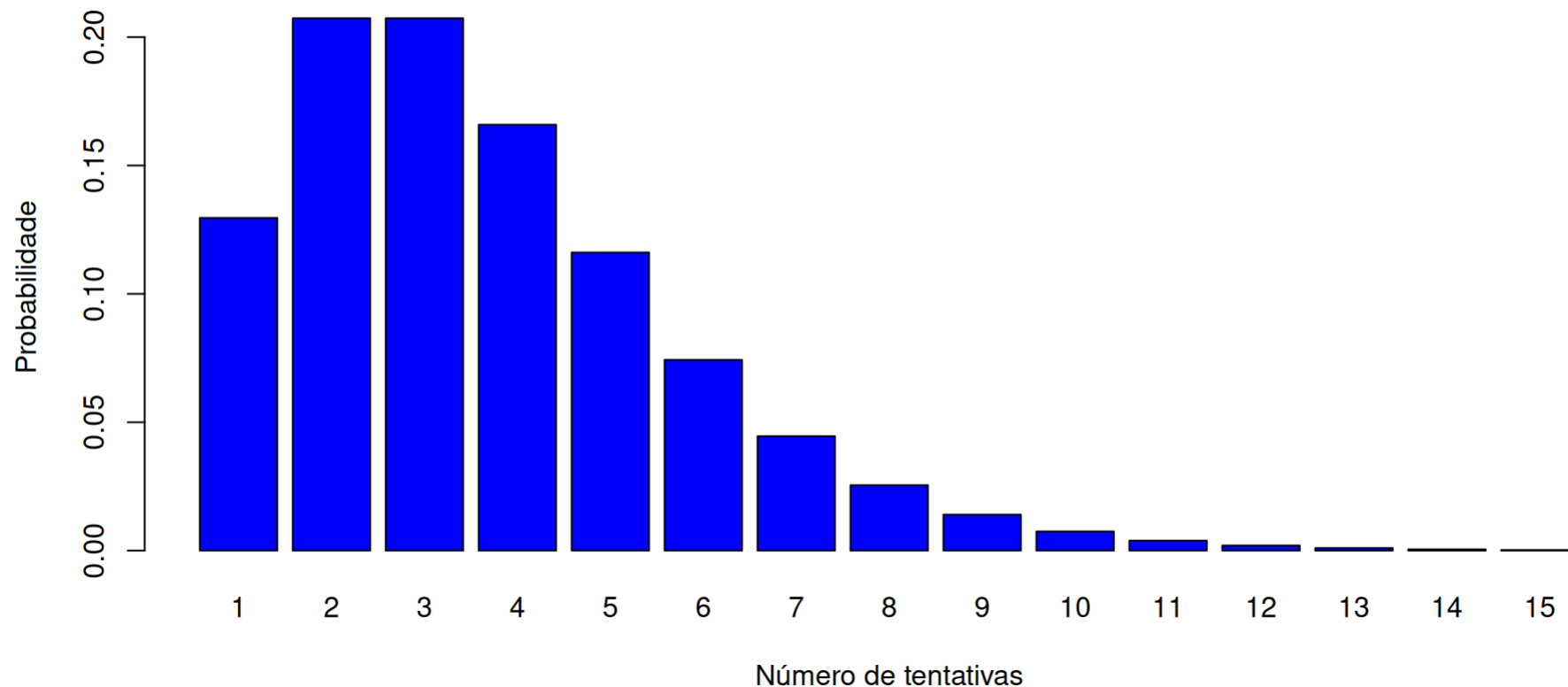
Distribuição Binomial Negativa no R



Gráfico da distribuição Binomial Negativa no R para $X \sim \text{Binomial Negativa}(r = 4; p = 0,6)$.

```
r <- 4; p <- 0.6
barplot(dnbinom(0:14, r, p),
        names.arg = 1:15,
        xlab = "Número de tentativas",
        ylab = "Probabilidade",
        col = "blue",
        border = "black")
```


Distribuição Binomial Negativa no R



Exemplo 15.4

Uma pesquisa do instituto YouGov encomendada pela Google entre 27 de junho a 20 de julho de 2022 apontou que 44% dos brasileiros dizem ter contato com *fake news* diariamente¹. Se uma nova pesquisa for realizada,

- a. qual a probabilidade de que a terceira pessoa entrevistada seja a segunda a afirmar que tem contato com *fake news* diariamente?
- b. qual a probabilidade de que a quarta pessoa a afirmar que tem contato com *fake news* diariamente seja a sétima ou oitava pessoa entrevistada?
- c. qual o número esperado de pessoas a serem entrevistadas até que a terceira afirme receber *fake news* diariamente? Qual a variância?

Fim