UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA E CIÊNCIAS ATUARIAIS
Disciplina: Inferência I
Professor: Sadraque E.F. Lucena

Lista de Exercícios 12

12.1) Explique por que a expressão $Z = \frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ é considerada uma quantidade pivotal quando σ é conhecido, mas deixa de ser pivotal se σ for desconhecido. O que define, matematicamente, se uma função é uma quantidade pivotal?

12.2) Um pesquisador possui uma amostra de apenas $n = 10$ observações de uma população com forte assimetria à direita. Ele pretende construir um intervalo de confiança para a média utilizando a distribuição t de Student. Avalie se esta decisão é correta. O Teorema Central do Limite (TCL) o protege neste caso? Justifique.

12.3) Avalie a seguinte afirmação feita por um analista: "*Após calcular o IC de 95% para o tempo médio de atendimento como sendo [15, 25] minutos, posso afirmar que existe uma probabilidade de 95% de que a média populacional μ esteja dentro deste intervalo.*"Explique por que essa frase é tecnicamente incorreta na estatística frequentista e proponha a correção.

12.4) Descreva o efeito na amplitude (largura) do intervalo de confiança para a média quando:

(a) O nível de confiança aumenta de 90% para 99%.

(b) O tamanho da amostra (n) é quadruplicado, mantendo o desvio padrão constante.

(c) A variabilidade dos dados (desvio padrão) aumenta.

12.5) Uma máquina de envase de refrigerantes está configurada para operar com um desvio padrão populacional conhecido de 0,05 litros. Uma amostra de 16 garrafas apresentou média 1,98 litros. Assumindo normalidade, determine o IC de 95% para a média real de envase.

12.6) Uma cooperativa de crédito deseja estimar o valor médio dos empréstimos rurais. Uma amostra aleatória de 25 contratos revelou uma média de R$ 45.000,00 com desvio padrão de R$ 10.000,00. Assumindo que os valores seguem uma distribuição normal, construa o IC de 95% para μ.

12.7) Um estudo sobre o tempo de vida de lâmpadas LED coletou uma amostra de 100 unidades. A média observada foi de 50.000 horas com desvio padrão de 2.000 horas. Embora o fabricante não garanta a normalidade da população, explique por que é possível construir um intervalo de confiança para a média neste caso e calcule o IC de 99%.

12.8) Um engenheiro de produção analisa o tempo de secagem de uma nova resina. Ele coletou uma amostra de 16 corpos de prova e obteve uma média de 40 minutos. Considere dois cenários:

Cenário A: Sabe-se por testes anteriores que o desvio padrão populacional é 8 minutos.

Cenário B: O desvio padrão populacional é desconhecido, e o desvio padrão calculado da amostra foi 8 minutos.

(a) Calcule o IC de 95% para ambos os cenários.

(b) Compare as amplitudes (larguras) dos dois intervalos. Qual deles é mais largo? Explique o porquê disso ocorrer sob a ótica da incerteza.

12.9) Um analista calculou dois intervalos de confiança para o mesmo conjunto de dados (população normal com σ desconhecido):

Intervalo A: [45,2 ; 54,8] Intervalo B: [43,1 ; 56,9]

Um dos intervalos foi calculado com 90% de confiança e o outro com 95%. Identifique qual é qual, justificando sua resposta com base na relação entre nível de confiança e precisão.

12.10) Uma seguradora observou $n = 15$ sinistros de automóveis e obteve $\sum x_i = 30.000$ e $\sum x_i^2 = 64.000.000$.

(a) Quais os requisitos para se construir um IC para a média nesse caso?

(b) Calcule a média amostral ($\overline{x}$) e o desvio padrão amostral (s).

(c) Determine o IC de 95% para o custo médio dos sinistros, assumindo que a população é normal.

Respostas:

12.2) A decisão é incorreta.

12.4) (a) Aumenta.
 (b) Diminui pela metade.
 (c) Aumenta.

12.5) [1,9555 ; 2,0045] litros.

12.6) [$R\$$40.872,00 ; $R\$$49.128,00]

12.7) [49.484,8 ; 50.515,2] horas.

12.8) (a) Cenário A: [36,08; 43,92] minutos.
 Cenário B: [35,74; 44,26] minutos.
 (b) O Cenário B (Distribuição t) produz um intervalo mais largo que o Cenário A (Distribuição Z).

12.9) O Intervalo B é o de 95% e o Intervalo A é o de 90%.

12.10) (a) População normal.
 (b) $\overline{x} = 2.000$ e $s \approx 534,52$
 (c) [1.704,01 ; 2.295,99]