



Lista de Exercícios 6

- 6.1) Sejam X_1, X_2 uma amostra aleatória da variável aleatória $X \sim \text{Poisson}(\theta)$. Mostre que $T = X_1 + 2X_2$ não é suficiente para θ . (Dica: considere $X_1 = 0$ e $X_2 = 1$)

LEMBRETE! $X \sim \text{Poisson}(\theta) : f(x) = \frac{e^{-\theta} \theta^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots$

- 6.2) Seja X_1, X_2 uma amostra aleatória de tamanho 2 de $X \sim \text{Geométrica}(p)$.

- (a) Mostre que $T(X_1, X_2) = X_1 + X_2$ é suficiente para p . (Dica: Se X_1 e X_2 têm distribuição Geométrica(p), então $X_1 + X_2 \sim \text{Binomial Negativa}(2, p)$)

LEMBRETE 1! $X \sim \text{Geométrica}(p) : f(x) = (1-p)^x p, x = 0, 1, 2, \dots$

LEMBRETE 2! $X \sim \text{Binomial Negativa}(r, p) : f(x) = \binom{x+r-1}{r-1} (1-p)^x p^r, x = 0, 1, 2, \dots$

- (b) Mostre que $T(X_1, X_2) = X_1 + 2X_2$ não é suficiente para p . (Dica: considere $X_1 = 0$ e $X_2 = 1$)

- 6.3) Considere uma amostra aleatória $X_1, \dots, X_n$ de $X \sim \text{Bernoulli}(p)$.

- (a) Mostre que $T(X_1, \dots, X_n) = \sum_{i=1}^n X_i$ é suficiente para p .

- (b) Mostre que $T(X_1, X_2, X_3) = X_1 X_2 + X_3$ não é suficiente para p .

LEMBRETE! $X \sim \text{Bernoulli}(p) : f(x) = p^x (1-p)^{1-x}, x = 0, 1$.

- 6.4) Seja $X_1, \dots, X_n$ uma amostra aleatória da variável aleatória X . Encontre uma estatística suficiente considerando as distribuições a seguir:

- (a) $X \sim N(0, \sigma^2)$

- (b) $X \sim \text{Binomial}(2, \theta)$

- (c) X tem densidade de probabilidade $f(x) = \theta x^{\theta-1}, 0 < x < 1, \theta > 0$

- (d) X tem densidade de probabilidade $f(x) = e^{x-\theta}, x > \theta, \theta > 0$

- (e) $X \sim \text{Exponencial}(\theta)$ com f.d.p. $f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}$

- (f) $X \sim \text{Exponencial}(\theta)$ com f.d.p. $f(x) = \theta e^{-\theta x}$

Respostas:

6.4) (a) $\sum_{i=1}^n x_i^2$

(b) $\sum_{i=1}^n x_i$

(c) $\prod_{i=1}^n x_i$

(d) $\sum_{i=1}^n x_i$

(e) $\sum_{i=1}^n x_i$

(f) $\sum_{i=1}^n x_i$