Estatísticas Suficientes

ESTAT0078 – Inferência I

Prof. Dr. Sadraque E. F. Lucena

sadraquelucena@academico.ufs.br

http://sadraquelucena.github.io/inferencia1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

Definição 6.1: Estatística Suficiente

Dizemos que a estatística $T = T(X_1, \dots, X_n)$ é suficiente para θ, quando a distribuição condicional de $X_1, \dots, X_n$ dado T for independente de θ.

- Em outras palavras, uma estatística suficiente contém todas a informação sobre θ presente na amostra.

Para verificarmos se T é uma estatística suficiente para θ:

1. Calculamos

$$P(X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n | T = t) = \frac{P(X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n, T = t)}{P(T = t)}$$

2. Se $P(X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n | T = t)$ não envolve θ, dizemos que T é suficiente para θ.

Exemplo 6.1

Seja $X_1, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória da distribuição de Bernoulli (θ). Verifique se $T = \sum_{i=1}^{n} X_i$ é suficiente para θ.

Lembretes

1. $X \sim \text{Bernoulli}(p)$: $P(X = x) = p^x(1-p)^{1-x}, x = 0, 1.$
2. A soma de n v.a. de Bernoulli(p) tem distribuição Binomial(n, p).
3. $Y \sim \text{Binomial}(n, p)$: $P(Y = y) = \binom{n}{y} p^y(1-p)^{n-y}, y = 0, 1, 2, \ldots, n.$

Exemplo 6.2

Considere o exemplo anterior, com $n = 3$ e $T = X_1 + 2X_2 + X_3$. Verifique que T não é suficiente para θ.

Dica: Considere $X_1 = 1$, $X_2 = 0$ e $X_3 = 1$.

Exemplo 6.3

Seja $X_1, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória da distribuição de Poisson com parâmetro θ. Verifique se $T = \sum_{i=1}^{n} X_i$ é suficiente para θ.

Lembrete

$X \sim$ Poisson(θ): $P(X = x) = \frac{e^{-\theta}\theta^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \ldots$

Fim